29. Média (10.577) e Mediana (10.555) são muito próximas, o que sugere simetria; Histograma também apresenta uma forma “bastante” simétrica; Variável mede um comprimento -> Sugestão: <u>Normal</u>

X – v.a. que representa o comprimento de um animal da espécie em questão

H_0: $X \cap$ Normal *vs* H_1: $X \cap F$, $F \neq$ Normal

Teste de ajustamento do Qui-quadrado

Estimativas: $\hat{\mu} = \bar{x} = 10.577$; $\hat{\sigma} = s = 0.217$ ($\ell = 2$)

<u>Método 1</u>: Usando as classes do histograma

V.O.: $u_0 = 0.26682$

Valor-p: $p = P(\chi^2(2) \geq 0.26682)$; $0.85 < p < 0.90$

Decisão: Não Rej H_0 aos níveis usuais

<u>Conclusão</u>: Existe evidência de que X tenha distribuição Normal.

<u>Método 2</u>: Usando classes de igual probabilidade com a regra de Mann e Wald

$k = [n/5] = 10$; $p_i = 0.1$, $e_i = 5$

E.T.: $U = \frac{k}{n}\sum_{i=1}^{k} O_i^2 - n \underset{H_0}{\sim} \chi^2(7)$

V.O.:

P_i	$L^*_i = z_{P_i}$	$L_i = \bar{x} + sL^*_i$	Oi
0	$-\infty$	$-\infty$	
0.1	-1.28	10.2992	4
0.2	-0.84	10.3947	7
0.3	-0.52	10.4642	5
0.4	-0.25	10.5228	4
0.5	0	10.5770	7
0.6	0.25	10.6313	4
0.7	0.52	10.6898	3
0.8	0.84	10.7593	5
0.9	1.28	10.8548	6
1	$+\infty$	$+\infty$	5
			50

$u_0 = 3.2$

Valor-p: $p = P(\chi^2(7) \geq 3.2)$; $0.85 < p < 0.90$

Decisão: Não Rej H_0 aos níveis usuais

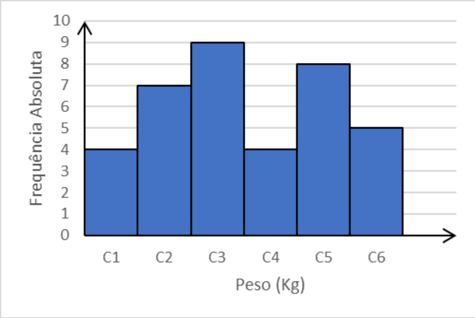
<u>Conclusão</u>: Existe evidência de que X tem distribuição Normal.

30.

a) Regra de Sturges: <u>6 classes</u>:

	Classe	n_i
C1	[16.70, 17.40]	4
C2	[17.40, 18.10]	7
C3	[18.10, 18.80]	9
C4	[18.80, 19.50]	4
C5	[19.50, 20.20]	8
C6	[20.20, 20.90]	5

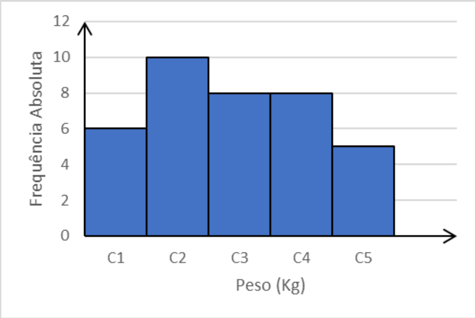
Não muito elucidativo.



<u>5 classes</u>:

	Classe	n_i
C1	[16.70, 17.60]	6
C2	[17.60, 18.50]	10
C3	[18.50, 19.40]	8
C4	[19.40, 20.30]	8
C5	[20.30, 21.20]	5

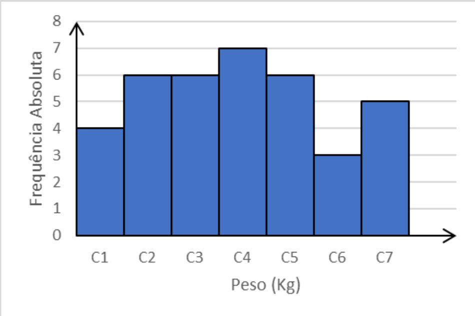
Mais elucidativo: Uniforme?



<u>7 classes</u>:

	Classe	n_i
C1	[16.70, 17.30]	4
C2	[17.30, 17.90]	6
C3	[17.90, 18.50]	6
C4	[18.50, 19.10]	7
C5	[19.10, 19.70]	6
C6	[19.70, 20.30]	3
C7	[20.30, 20.90]	5

Mais elucidativo: Uniforme?



A variação de padrão do histograma com o número de classes mostra um comportamento típico da distribuição Uniforme. Além disso, a variável em estudo representa pesos de crianças na mesma classe etária pelo que em nada contraria que se sugira uma distribuição <u>Uniforme</u>.

b) X – v.a. que representa o peso de uma criança na classe etária em questão

H_0: $X \cap$ Uniforme *vs* H_1: $X \cap F$, $F \neq$ Uniforme

Teste de ajustamento do Qui-quadrado com classes de igual probabilidade e regra de Mann e Wald

Estimativas: $\hat{a} = x_{(1)} = 16.7$; $\hat{b} = x_{(37)} = 20.8$ ($\ell = 2$)

$k = [37/5] = [7.4] = 7$; $p_i = 1/7$, $e_i = 37/7$

E.T.: $U = \frac{k}{n}\sum_{i=1}^{k} O_i^2 - n \underset{H_0}{\sim} \chi^2(4)$

V.O.:

$P_i = L^*_i = F^{-1}_{U(0,1)}(P_i)$	$L_i = 4.1L^*_i + 16.7$	O_i
0	16.7	
1/7	17.29	4
2/7	17.87	6
3/7	18.46	6
4/7	19.04	7
5/7	19.63	6
6/7	20.21	3
1	20.8	5
		37

Notas: 1. Se $X \cap U(a, b)$ então pode escrever-se $X = (b-a)Y + a$, onde $Y \cap U(0,1)$
2. A função de distribuição da U(0,1) é a função identidade

$u_0 = 2.1622$

Valor-p: $p = P(\chi^2(4) \geq 2.1622)$; $0.7 < p < 0.8$

Decisão: Não Rej H_0 aos níveis usuais

<u>Conclusão</u>: Existe evidência de que X tem distribuição Uniforme.

31.

a)

$Q_{1/4}$	3.77	
$Q_{3/4}$	15.29	
H	11.52	
1.5H	17.28	
LI	-13.51	$< x_{(1)}$
LS	32.57	$> x_{(14)}$

Não existem outliers

b) p = P(Um atraso do Sr. X é inferior a 5 minutos)

H_0: p = 0.5 *vs* H_1: p > 0.5

n = 14 -> Teste exacto

V.O.: $r_0 = 5$

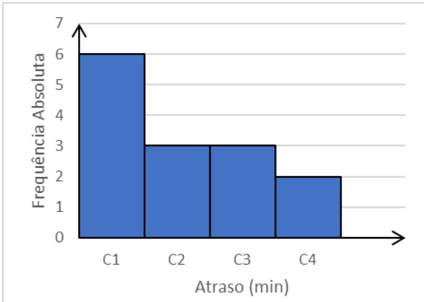
Valor-p: 0.9102

Decisão: Não Rej H_0 aos níveis usuais.

<u>Conclusão</u>: Os dados não evidenciam que o Sr. X tenha razão.

c) Tempos até um acontecimento são normalmente bem modelados pela Exponencial.

	Classe	n_i
C1	[0.01, 7.12]	6
C2	[7.12, 14.23]	3
C3	[14.23, 21.34]	3
C4	[21.34, 28.45]	2



A Forma do histograma corrobora a tese anterior => Sugestão: <u>Exponencial</u>.

b) Y – v.a. que representa o tempo, em min, de um atraso do Sr. X

$E(Y) = \sigma(Y) = 10$

H_0: $X \cap$ Exp (0.1) *vs* H_1: $X \cap F$, $F \neq$ Exp (0.1)

n = 14 é pequeno e Y é contínua => Teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov

E.T.: $Dn = Max(D_n^+, D_n^-)$, $D_n^+ = Max\ \{0, i/n - F(x_i)\}$, $D_n^- = Max\ \{0, F(x_i) - (i-1)/n\}$

V.O.:

x_i	$F(x_i)$	i	i-1	i/n	(i-1)/n	i/n - $F(x_i)$	$F(x_i)$ - (i-1)/n
0.01	0.0010	1	0	0.0714	0.0000	0.0704	0.0010
2.66	0.2336	2	1	0.1429	0.0714	-0.0907	0.1621
3.30	0.2811	3	2	0.2143	0.1429	-0.0668	0.1382
3.77	0.3141	4	3	0.2857	0.2143	-0.0284	0.0998
4.47	0.3605	5	4	0.3571	0.2857	-0.0033	0.0747
5.13	0.4013	6	5	0.4286	0.3571	0.0273	0.0442
7.56	0.5305	7	6	0.5000	0.4286	-0.0305	0.1019
8.79	0.5848	8	7	0.5714	0.5000	-0.0134	0.0848
10.26	0.6416	9	8	0.6429	0.5714	0.0013	0.0701
14.36	0.7621	10	9	0.7143	0.6429	-0.0478	0.1193
15.29	0.7832	11	10	0.7857	0.7143	0.0025	0.0690
19.64	0.8597	12	11	0.8571	0.7857	-0.0026	0.0740
21.45	0.8829	13	12	0.9286	0.8571	0.0456	0.0258
28.41	0.9416	14	13	1.0000	0.9286	0.0584	0.0131
					d_{14}^+ =	0.0704	
						d_{14}^- =	0.1621

$d_{14} = 0.1621$

Valor crítico: $d_{14;0.2} = 0.275$ (Tabela usual)

Decisão: Não Rej H_0 aos níveis usuais

<u>Conclusão</u>: Existe evidência de que X tenha distribuição Exponencial com valor médio 10.

32. X – v.a. que representa a largura das patas de uma ave da espécie em questão

H_0: X $\cap$ Normal *vs* H_1: X $\cap$ F, F ≠ Normal

n = 12 é pequeno e sob H_0 X é Normal de parâmetros desconhecidos => Teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov com valores críticos de Lilliefors

Estimativas: $\hat{\mu} = \bar{x} = 5.6$; $\hat{\sigma} = s = 1.037$

E.T.: Dn = Max(D_n^+, D_n^-), D_n^+ = Max {0, i/n - $\Phi(z_i)$}, D_n^- = Max {0, $\Phi(x_i)$ - (i-1)/n}

V.O.:

x_i	z_i	Φ(xi)	i	i-1	i/n	(i-1)/n	i/n - Φ (x_i)	Φ (x_i) - (i-1)/n
3.8	-1.74	0.04093	1	0	0.08333	0.00000	0.04240	0.04093
4.6	-0.96	0.16853	2	1	0.16667	0.08333	-0.00186	0.08520
4.7	-0.87	0.19215	3	2	0.25000	0.16667	0.05785	0.02548
4.9	-0.68	0.24825	4	3	0.33333	0.25000	0.08508	-0.00175
5.2	-0.39	0.34827	5	4	0.41667	0.33333	0.06840	0.01494
5.4	-0.19	0.42465	6	5	0.50000	0.41667	0.07535	0.00798
5.8	0.19	0.57535	7	6	0.58333	0.50000	0.00798	0.07535
6.0	0.39	0.65173	8	7	0.66667	0.58333	0.01494	0.06840
6.1	0.48	0.68439	9	8	0.75000	0.66667	0.06561	0.01772
6.3	0.68	0.75175	10	9	0.83333	0.75000	0.08158	0.00175
7.1	1.45	0.92647	11	10	0.91667	0.83333	-0.00980	0.09314
7.3	1.64	0.94950	12	11	1.00000	0.91667	0.05050	0.03283
						d_{12}^+ =	0.08508	
							d_{12}^- =	0.09314

d_{12} = 0.09314

Valor crítico: $d_{12;0.05}$ = 0.242

Decisão: Não Rej H_0 aos níveis usuais (1% e 5%)

<u>Conclusão</u>: Existe evidência de que X tem distribuição Normal.